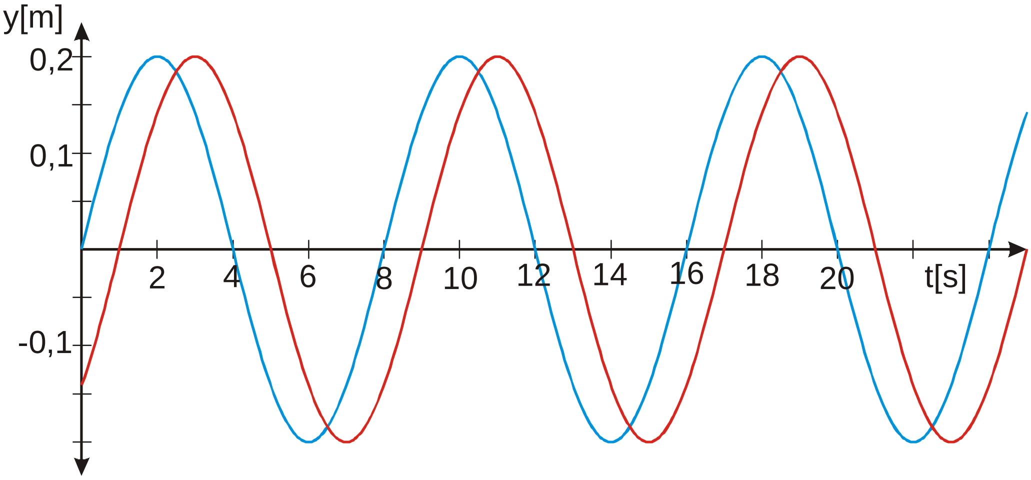
3.1.4 Fáze kmitavého pohybu

Předpoklady:

Př. 1: Na obrázku jsou grafy výchylek dvou kmitajících kyvadel. Napiš rovnice jejich okamžité výchylky.



Modré kyvadlo:

$y_{1m} = 0,2\,\mathrm{m}$

$T_1 = 8\,\mathrm{s} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{8}\,\mathrm{Hz} = 0{,}125\,\mathrm{Hz} \Rightarrow \omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi\frac{1}{8}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}} = \frac{\pi}{4}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$

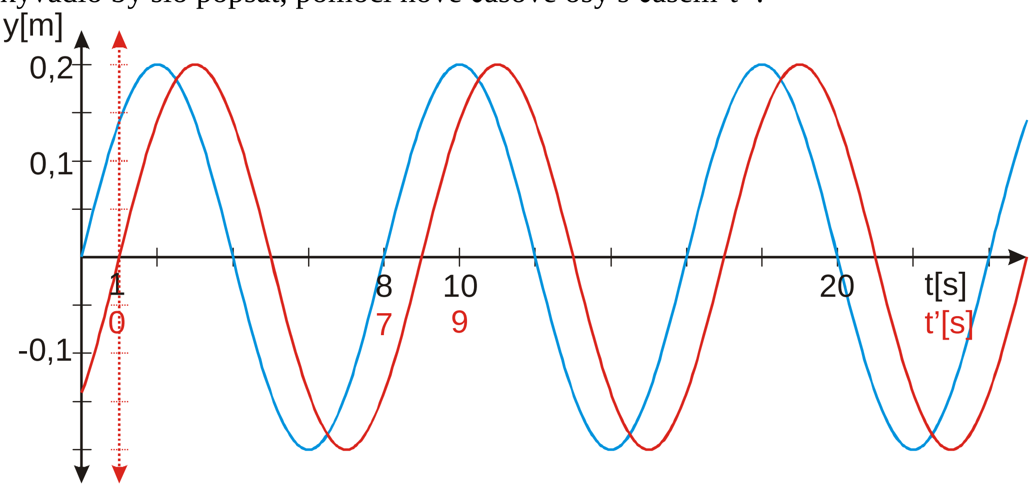
$y_1 = y_m \sin(\omega t) = 0,2\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$

Červené kyvadlo:

$y_{2m} = 0,2\,\mathrm{m}$

$T_2 = 8\,\mathrm{s} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{8}\,\mathrm{Hz} = 0{,}125\,\mathrm{Hz} \Rightarrow \omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi\frac{1}{8}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}} = \frac{\pi}{4}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$

Pro červené kyvadlo nemůžeme použít rovnici $y = y_m \sin(\omega t)$, červená křivka nezačíná v nule, ale v jedničce $\Rightarrow$ červené kyvadlo je zpožděné za modrým o 1 sekundu $\Rightarrow$ červené kyvadlo by šlo popsat, pomocí nové časové osy s časem t':



Teď můžeme použít rovnici: $y = y_m \sin(\omega t')$.

$$y_2 = y_{2m} \sin(\omega t') = 0,2 \sin\left(\frac{\pi}{4} t'\right)$$

Vrátíme se k původnímu času t. Platí: $t' = t - 1$ (červené kyvadlo je o sekundu pozadu), dosadíme: $y_2 = 0,2 \sin\left(\frac{\pi}{4} t'\right) = 0,2 \sin\left[\frac{\pi}{4}(t-1)\right] = 0,2 \sin\left(\frac{\pi}{4} t - \frac{\pi}{4}\right)$

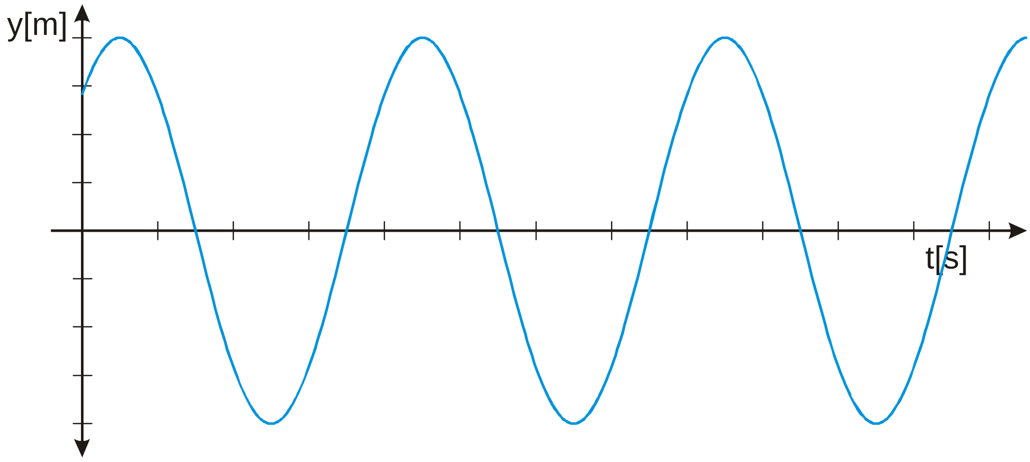
Stejné úpravy obecně: $t' = t - \Delta t$ $\quad$ Δt : zpoždění (náskok) druhého kyvadla

$$y = y_m \sin(\omega t') = y_m \sin\left[\omega(t - \Delta t)\right] = y_m \sin(\omega t - \omega \Delta t)$$

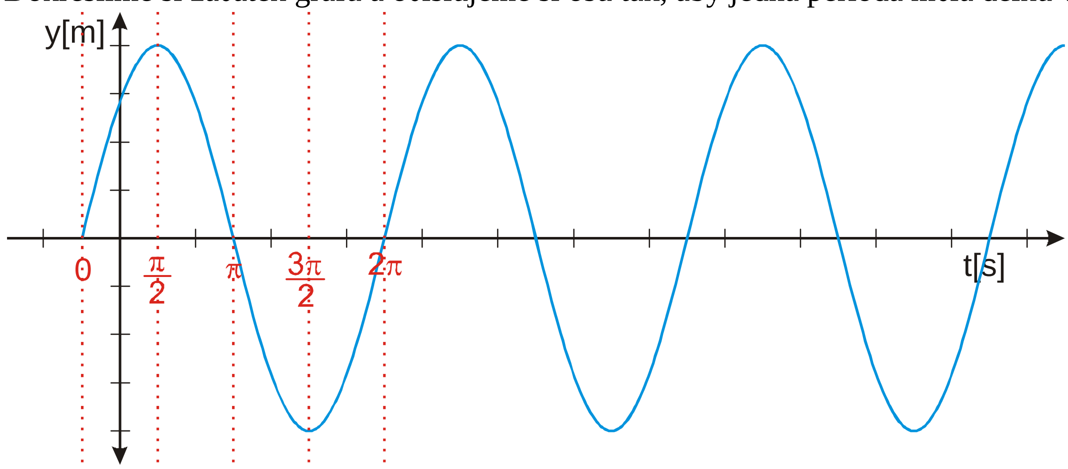
Součin $\omega \Delta t$ má význam úhlu (dosazujeme ho do sinu) značí se φ_0 a nazývá se **fáze kmitavého pohybu** $\Rightarrow$ obecná rovince kmitavého pohybu: $y = y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ (teď dokážeme popsat i kyvadla, která se v čase 0 nenachází v rovnovážné poloze a nepohybují se ke kladné výchylce)

Dodatek: Na první pohled se zdá, že používat fázi k vyjádření zpoždění (nebo předbíhání) dvou kmitavých pohybů je zbytečně složité. Důvodem tohoto přístupu jsou velké výhody fázi při skládání kmitavých pohybů.

Jak určíme z grafu fázi kmitavého pohybu?

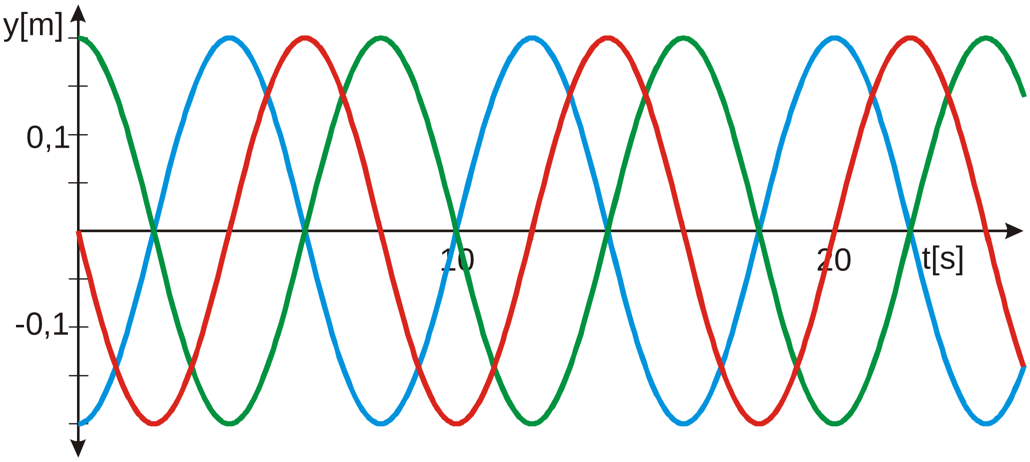


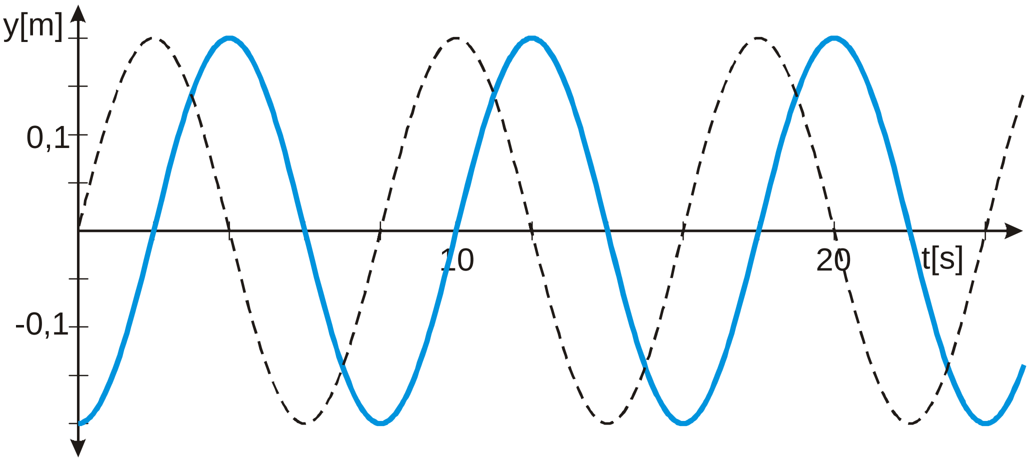
Dokreslíme si začátek grafu a očíslujeme si osu tak, aby jedna perioda měla délku 2π.



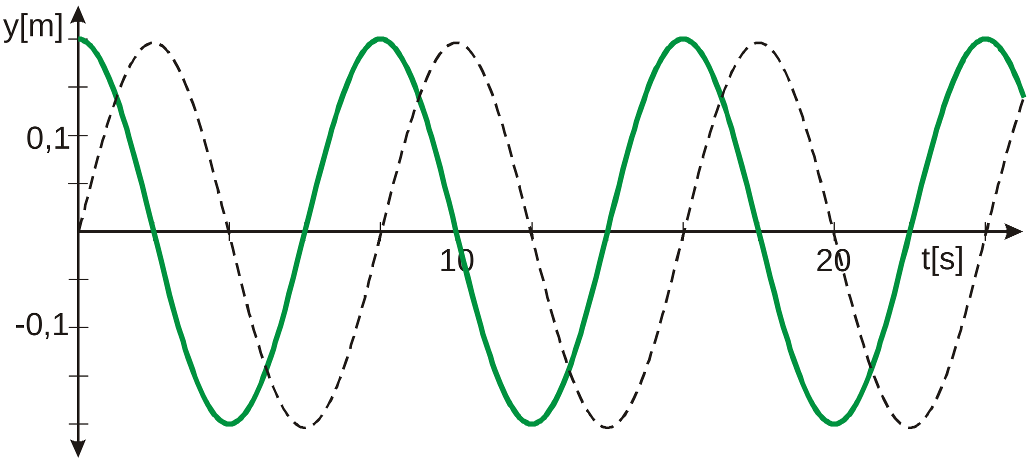
Z obrázku vidíme, že kmitavý pohyb je napřed přibližně o polovinu úhlu mezi 0 a $\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ fáze bude kladná a přibližně platí $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Př. 2: Z grafů kmitavých pohybů urči jejich fázi. Určuj v pořadí modrý, zelený, červený graf.

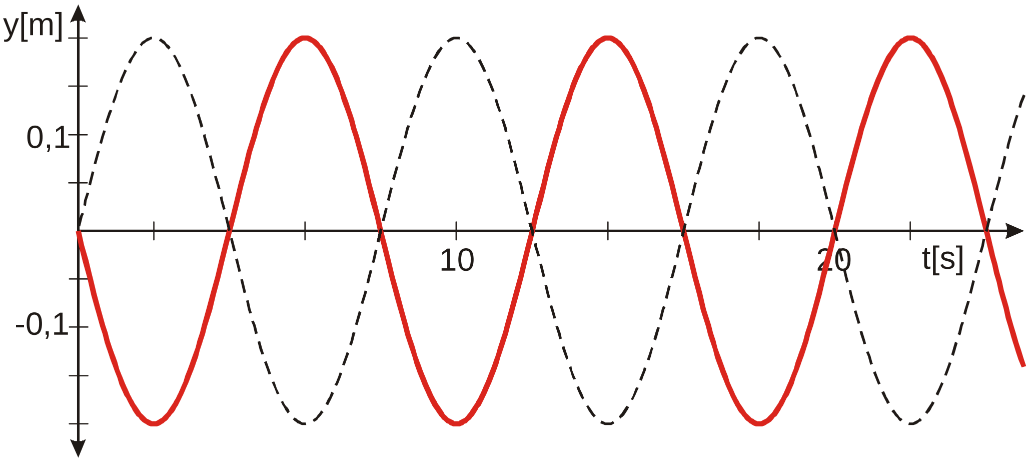




Pohyb je zpožděný o čtvrt periody $\Rightarrow$ $\varphi_0 = \frac{-2\pi}{4} = -\frac{\pi}{2}$



Pohyb je napřed o čtvrt periody $\Rightarrow \; \varphi_0 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$



Můžeme řešit dvěma způsoby:

- pohyb je napřed o půl periody $\Rightarrow \; \varphi_0 = \pi$
- pohyb je zpožděný o půl periody $\Rightarrow \; \varphi_0 = -\pi$

Shrnutí: Fáze je úhel, který zachycuje zpoždění (předběhnutí) konkrétního kmitavého pohybu základnímu průběhu.